

# 1. ЛЕКЦИЯ №8. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

## 1.1 Основные определения

**Дифракцией называется отклонение распространения волн вблизи препятствий от законов геометрической оптики.** Явление легко наблюдается для длинноволновых объектов – звуковых и радиоволн, играет важную роль в области видимого света и рентгеновских лучей.

Различают дифракцию Френеля в расходящихся лучах и дифракцию Фраунгофера в параллельных лучах.

Между интерференцией и дифракцией *нет существенного различия*. Оба явления *заключаются в перераспределении энергии потока волн в результате суперпозиции*. По историческим причинам перераспределение интенсивности, возникающее в результате суперпозиции *волн, возбужденных конечным числом дискретных когерентных источников, принято называть интерференцией волн*. Перераспределение интенсивности, возникающее вследствие суперпозиции *волн, возбуждаемых когерентными источниками, распределенными в пространстве непрерывно, принято называть дифракцией волн*.

## 1.2 Принцип Гюйгенса – Френеля

Явление дифракции волн может быть объяснено с помощью принципа Гюйгенса. Однако принцип Гюйгенса не дает никаких указаний об амплитуде, а, следовательно, и об интенсивности волн, распространяющихся в различных направлениях. Этот недостаток был устранен Френелем, который дополнил принцип Гюйгенса представлением об интерференции вторичных волн. Учет амплитуд и фаз вторичных волн позво-

ляет найти амплитуду результирующей волны в любой точке пространства. С помощью усовершенствованного им принципа Френеля удалось дать удовлетворительное объяснение ряда дифракционных явлений, а также устранить одно из основных затруднений волновой теории света - показать, как согласуется волновая природа с наблюдающимся на опыте прямолинейным распространением света.

Пусть  $S$  на Рис 1-1 представляет собой одну из волновых поверхностей света, распространяющегося от некоторого источника. Амплитуда светового колебания в точке  $P$ , лежащей перед этой поверхностью, может быть согласно Френелю найдена из следующих соображений.

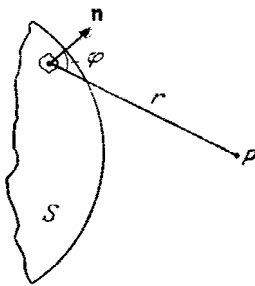


Рис 1-1 К определению принципа Гюйгенса-Френеля.

Каждый элемент поверхности служит источником вторичной сферической волны, амплитуда которой пропорциональна величине элемента  $dS$ . Амплитуда сферической волны убывает с расстоянием  $r$  от источника по закону  $\frac{1}{r}$ . Кроме того,

с ростом  $r$  увеличивается угол  $\phi$ , а так как амплитуда в т.Р меняется по закону  $A_P \sim \cos\phi$ , то с ростом  $r$  и  $\phi$  наблюдается монотонное убывание амплитуды колебания в т.Р.

Вообще вычисления результатов дифракции в т.Р представляют чрезвычайно трудную задачу. Однако, как показал Френель, в симметричных случаях нахождение амплитуды результирующего колебания может быть осуществлено простым геометрическим или алгебраическим сложением.

Различают два случая дифракции. Если источник света и точка наблюдения  $P$  расположены от препятствия настолько далеко, что лучи, падающие на препятствие, и лучи, идущие в точку  $P$ , образуют практически параллельные пучки, говорят о **дифракции Фраунгофера** или **о дифракции в параллельных лучах**. В противном случае говорят о дифракции Френеля.

## Зоны Френеля

Применим принцип Гюйгенса - Френеля для нахождения амплитуды светового колебания, возбуждаемого в точке  $P$  сферической волной, распространяющейся в однородной среде из точечного источника  $S$  (рис. 33.2, 33.3). Волновая поверхность такой волны симметрична относительно прямой  $SP$ . Воспользовавшись этим, Френель разбил волновую поверхность на кольцевые зоны, построенные так, что расстояния от краев каждой зоны до точки  $P$  отличаются на  $\frac{\lambda}{2}$  ( $\lambda$  - длина волны в той среде, в которой распространяется волна). Легко видеть, что расстояние  $b_m$  от внешнего края  $m$ -й зоны до точки  $P$  можно представить следующим образом:

$$b_m = b + m \frac{\lambda}{2}, \quad (8.1)$$

где  $b$  - расстояние от вершины волновой поверхности  $O$  до точки  $P$ .

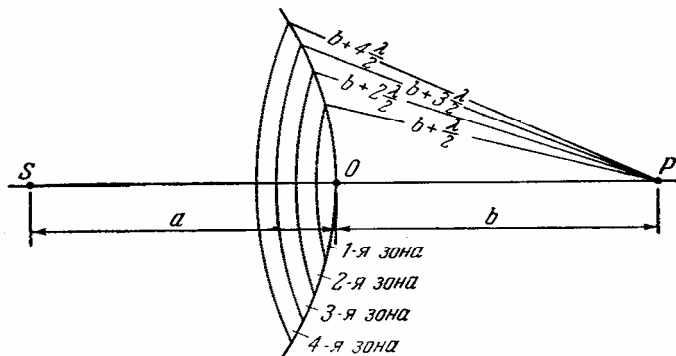


Рис.33.2. Построение зон Френеля.

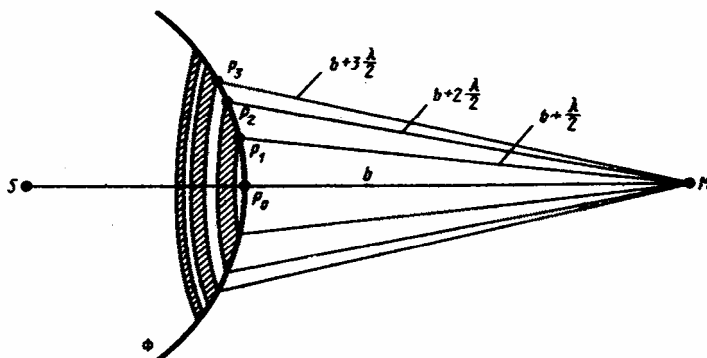


Рис.33.3. Фазовая структура зон Френеля.

Колебания, приходящие в точку  $P$  от аналогичных точек двух соседних зон (т. е. от то-

чек, лежащих у внешних краев зон, или в середине зон и т. д.), будут находиться в противофазе. Поэтому и результирующие колебания, создаваемые каждой из зон в целом, **будут для соседних зон отличаться по фазе на  $\pi$** .

Для оценки амплитуд колебаний нужно найти величины площадей зон Френеля. Внешняя граница  $m$ -й зоны выделяет на волновой поверхности сферический сегмент высоты  $h_m$  (рис. 33.4). Обозначим площадь этого сегмента  $S_m$ . Тогда площадь  $m$ -й зоны можно представить в виде:

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1},$$

где  $S_{m-1}$  - площадь сферического сегмента, выделяемого внешней границей  $(m-1)$ -й зоны.

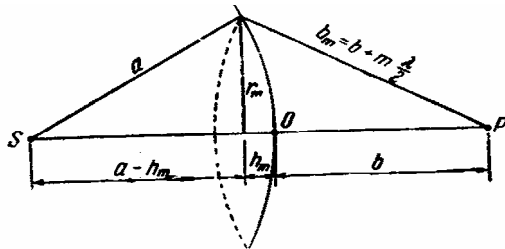


Рис.33.4 К определению величины зон Френеля.

Из рис.33.4 следует, что

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = \left(b + m \frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + h_m)^2$$

( $a$  - радиус волновой поверхности,  $r_m$  - радиус внешней границы  $m$ -й зоны). Возведя скобки в квадрат, получим

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = \left(b + m \frac{\lambda}{2}\right)^2 - 2bh_m - h_m^2, \quad (8.2)$$

откуда

$$h_m = \frac{bm\lambda + m^2 \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2}{2(a+b)}. \quad (8.3)$$

Ограничиваясь рассмотрением не слишком больших  $m$ , можно ввиду малости  $\lambda$  пренебречь слагаемым, содержащим  $\lambda^2$ . В этом приближении

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)}. \quad (8.4)$$

Площадь сферического сегмента равна  $S = 2\pi Rh$  ( $R$ —радиус сферы,  $h$  - высота сегмента). Следовательно,

$$S_m = 2\pi Rh = \frac{\pi ab}{a+b} m\lambda,$$

а площадь  $m$  - ой зоны Френеля

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1} = \frac{\pi ab\lambda}{a+b}.$$

Полученное нами выражение не зависит от  $m$ . Это означает, что при не слишком больших  $m$  площади зон Френеля примерно одинаковы.

Произведем оценку радиусов зон. Согласно (33.2)  $r_m^2 = 2ah_m - h_m^2$ . При не слишком больших  $m$  высота сегмента  $h_m \ll a$ , поэтому можно считать, что  $r_m^2 = 2ah_m$ . Подставив сюда значение (8.4) для  $h_m$ , найдем радиус внешней границы  $m$ -й зоны Френеля:

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m\lambda}. \quad (33.5)$$

Если положить  $a = b = 1\text{ м}$  и  $\lambda = 0,5\text{ мкм}$ , то для радиуса первой (центральной) зоны получается значение:  $r_1 = 0,5\text{ мм}$ . Радиусы последующих зон возрастают как  $\sqrt{m}$ .

Выше мы нашли, что площади зон Френеля примерно одинаковы. Расстояние  $b_m$  от зоны до точки  $P$  медленно растет с  $m$  по линейному закону. Угол  $\varphi$  между нормалью к элементам зоны и направлением на точку  $P$  также растет с номером зоны  $m$ . Все это приводит к тому, что амплитуда  $A_m$  колебания, возбуждаемого  $m$ -й зоной в точке  $P$ , монотонно убывает с ростом  $m$ .

Таким образом, амплитуды колебаний, возбуждаемых в точке  $P$  зонами Френеля, образуют монотонно убывающую последовательность:

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots > A_{m-1} > A_m > A_{m+1} > \dots$$

Фазы колебаний, возбуждаемых соседними зонами, отличаются на  $\pi$  (рис.33.3). Поэтому амплитуда  $A$  результирующего светового колебания в точке  $P$  может быть найдена алгебраически:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \quad (33.6)$$

В это выражение все амплитуды от нечетных зон входят с одним знаком, а от четных зон - с другим. Запишем (33.6) в виде:

$$A = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots \quad (33.7)$$

Вследствие монотонного убывания  $A_m$  можно приближенно считать, что

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}.$$

При этом условии выражения, заключенные в круглые скобки, будут равны нулю и формула (33.7) упрощается следующим образом:

$$A = \frac{A_1}{2}. \quad (33.8)$$

Полученный нами результат означает, что амплитуда, создаваемая в некоторой точке  $P$  сферической волновой поверхностью, равна половине амплитуды, создаваемой одной лишь центральной зоной. Иными словами, действие всей волновой поверхности эквивалентно половине действия центральной зоны. По произведенной выше оценке центральная зона имеет размеры порядка долей миллиметра. Следовательно, свет от точки  $S$  к точке  $P$  (рис.33.2, 33.3) распространяется как бы в пределах очень узкого прямого канала, т. е. практически прямолинейно.

Если на пути волны поставить непрозрачный экран с отверстием, оставляющим открытой только центральную зону Френеля ( $r \sim 1\text{мм}$ ), амплитуда в точке  $P$  будет равна  $A_1$ , т. е. в два раза превзойдет амплитуду (33.8). Соответственно интенсивность света в точке  $P$  будет в этом случае в четыре раза больше, чем при отсутствии преград между точками  $S$  и  $P$ .

### Дифракция Френеля от простейших преград

Рассмотренный в предыдущем параграфе метод алгебраического сложения амплитуд (существует и способ графического сложения, подробно изложенный, например, в учебнике И.В Савельева) позволяют решить простейшие задачи на дифракцию света.

#### Дифракция от круглого отверстия.

Поставим на пути сферической световой волны непрозрачный экран с вырезанным в нем круглым отверстием радиуса  $r_0$ . Расположим экран так, чтобы перпендикуляр, опущенный из источника света  $S$ , попал в центр отверстия (рис.33.5, *a*). На продолжении этого перпендикуляра возьмем точку  $P$ . При радиусе отверстия  $r_0$ , значительно меньшем, чем указанные на рис. 33.5 длины  $a$  и  $b$ ,  $a$  можно считать равной расстоянию от источника  $S$  до преграды, а  $b$  - расстоянию от преграды до точки  $P$ . Если расстояния  $a$  и  $b$  удовлетворяют условию [см. (33.5)]

$$r_0 = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m\lambda, \quad (33.9)$$

где  $m$  - целое число, то отверстие оставит открытыми ровно  $m$  первых зон Френеля, построенных для точки  $P$ .

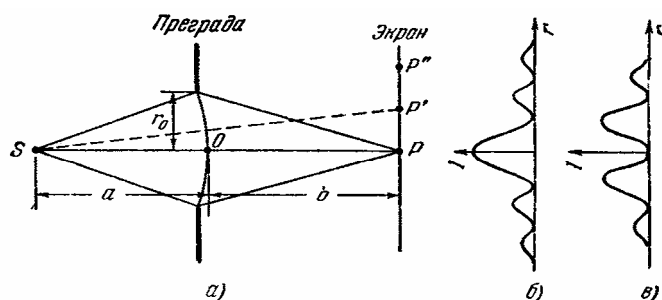


Рис.33.4. Дифракция света на круглом отверстии.

Разрешив (33.9) относительно  $m$ , получим число открытых зон Френеля:

$$m = \frac{r_0^2}{\lambda} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right). \quad (33.10)$$

В соответствии с (33.6) амплитуда колебания в точке  $P$  будет равна:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \pm A_m. \quad (33.11)$$

В этом выражении амплитуда  $A_m$  берется со знаком плюс, если  $m$  нечетное, и со знаком минус, если  $m$  четное. Формулу (33.11) можно записать следующим образом:

$$A = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_2}{2} \right) + \dots +$$

$$\begin{cases} \left( \frac{A_{m-2}}{2} - A_{m-1} + \frac{A_m}{2} \right) + \frac{A_m}{2} & (m \text{ нечетное}), \\ \left( \frac{A_{m-2}}{2} - A_{m-1} + \frac{A_m}{2} \right) + \frac{A_{m-1}}{2} - A_m & (m \text{ четное}). \end{cases}$$

Как было установлено в предыдущем параграфе, выражения, заключенные в круглые скобки, можно положить равными нулю. Амплитуды от двух соседних зон мало отличаются по величине. Поэтому  $\frac{A_{m-1}}{2} - A_m$  можно заменить через  $-\frac{A_m}{2}$ . В результате получится:

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}, \quad (33.12)$$

где опять-таки знак «плюс» берется для нечетных  $m$  и минус «минус» - для четных.

При малых  $m$  величина  $A_m$  мало отличается от  $A_1$ . Следовательно, при нечетных  $m$  амплитуда в точке  $P$  будет приближенно равна  $A_1$ , при четных  $m$  - нулю.

Заметим, что при неограниченном увеличении размеров отверстия  $Am$  будет стремиться к нулю и (33.12) перейдет в (33.8).

Поместим в точку  $P$  плоский экран, параллельный преграде с отверстием (см. рис.33.4). Выясним характер дифракционной картины, которая будет наблюдаться на этом экране. Вследствие симметрии преграды относительно прямой  $SP$  интенсивность света (т. е. освещенность) в разных точках экрана будет зависеть только от расстояния  $r$  от центра дифракционной картины, помещающегося в точке  $P$ . В самой этой точке интенсивность будет достигать максимума или минимума в зависимости от того, каким - четным или нечетным - будет число открытых зон Френеля. Пусть, например, это число равно трем. Тогда в центре дифракционной картины получится максимум интенсивности. Теперь сместимся по экрану из точки  $P$  в точку  $P'$ . Прямая  $SP'$  уже не будет осью симметрии преграды. Края отверстия закроют часть третьей зоны, одновременно



частично откроется четвертая зона. В итоге интенсивность света уменьшится и при некотором положении точки  $P'$  станет равной нулю. Если сместиться по экрану в точку  $P''$ , края отверстия частично закроют не только третью, но и вторую зону Френеля, одновременно откроется частично и пятая зона. В итоге действие открытых участков нечетных зон перевесит действие открытых участков четных зон и интенсивность достигнет максимума, правда, более слабого, чем максимум, наблюдающийся в точке  $P$ .

Таким образом, дифракционная картина от круглого отверстия представляет собой чередование светлых и темных концентрических колец. В центре картины будет либо светлое ( $m$  нечетное), либо темное ( $m$  четное) пятно. Ход интенсивности  $I$  с расстоянием  $r$  от центра дифракционной картины изображен на рис. 33.4,б (для нечетного  $m$ ) и на рис. 33.4, в (для четного  $m$ ). При перемещении экрана параллельно самому себе вдоль прямой  $SP$  картины, изображенные на рис. 33.4,б, и 33.4,в будут сменять друг друга [согласно (33.10) при изменении  $b$  значение  $m$  становится то нечетным, то четным].

Если отверстие открывает не более одной зоны Френеля, на экране получается размытое светлое пятно; чередование светлых и темных колец в этом случае не возникает. Если отверстие открывает большое число зон, чередование светлых и темных колец наблюдается лишь в очень узкой области на границе геометрической тени; внутри этой области освещенность оказывается практически постоянной.

### Дифракция от круглого диска.

Поместим между точечным источником света  $S$  и точкой наблюдения  $P$  круглый непрозрачный диск радиуса  $r_0$  (рис.33.5,а) так, чтобы он закрывал  $m$  первых зон Френеля [ $m$  можно найти по формуле (33.10)].

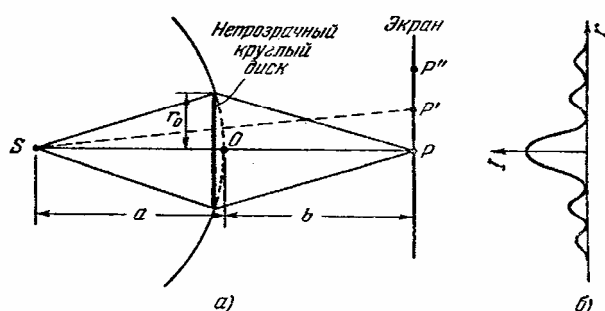


Рис.33.5. Дифракция волн на круглом непрозрачном диске.

Тогда амплитуда световой волны в точке  $P$  будет равна:

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots = \frac{A_{m+1}}{2} + \left( \frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \dots$$

Так как выражения, стоящие в скобках, можно положить равными нулю, получаем

$$A = \frac{A_{m+1}}{2}. \quad (33.13)$$

Выясним характер дифракционной картины, получающейся на экране, расположенном в точке  $P$  перпендикулярно к линии  $SP$ . Очевидно, что интенсивность света может зависеть только от расстояния  $r$  от центра картины  $P$ . При небольшом числе закрытых зон  $A_{m+1}$  мало отличается от  $A_1$ . Поэтому в точке  $P$  интенсивность будет почти такая же, как при отсутствии преграды между  $S$  и  $P$ .

Для точки  $P'$  смещенной относительно точки  $P$  в любом радиальном направлении, диск будет перекрывать часть  $(m+1)$ -й зоны Френеля, одновременно откроется часть  $m$ -й зоны. Это приведет к ослаблению интенсивности. При некотором положении точки  $P'$  интенсивность станет равной нулю. Если сместиться из центра дифракционной картины еще дальше, диск перекроет дополнительно часть  $(m+2)$ -й зоны, одновременно откроется часть  $(m-1)$ -й зоны. В результате интенсивность возрастет и в точке  $P''$  достигнет максимума.

Таким образом, в случае круглого непрозрачного диска дифракционная картина имеет вид чередующихся concentрических светлых и темных колец. В центре картины при любом (как четном, так и нечетном)  $m$  получается светлое пятно (рис.33.6). Зависимость интенсивности света  $I$  от расстояния  $r$  от центра картины изображена на рис.33.5,б.

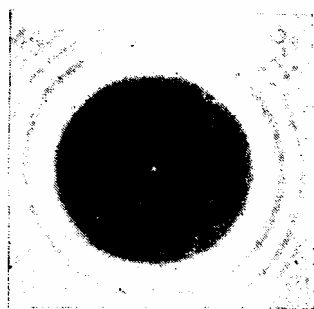


Рис.33.6. Дифракционная картина на экране за непрозрачным диском. В центре – светлое «пятно Пуассона».

Если непрозрачный диск закрывает много зон Френеля, чередование светлых и темных колец наблюдается лишь в узкой области на границе геометрической тени. В этом случае  $A_{m+1} \ll A_1$  и величина (33.13) очень мала, так что интенсивность света в области геометрической тени практически всюду равна нулю. Если диск закрывает лишь небольшую часть первой зоны Френеля, он совсем не отбрасывает тени - освещенность экрана всюду остается такой же, как при отсутствии преград.

Светлое пятнышко в центре тени, отбрасываемой диском, послужило причиной инцидента, происшедшего между Пуассоном и Френелем. Парижская Академия наук предложила дифракцию света в качестве темы на премию за 1818 г.. Устроители конкурса были сторонниками корпускулярной теории света и рассчитывали, что конкурсные работы принесут окончательную победу их теории. Однако на конкурс была представлена Френелем работа, в которой все известные к тому времени оптические явления объяснялись с волновой точки зрения.

Рассматривая работу Френеля, Пуассон, бывший членом конкурсной комиссии, обратил внимание на то, что из теории Френеля вытекает «нелепый» вывод: в центре тени, отбрасываемой небольшим круглым диском, должно находиться светлое пятно. Друг Френеля Доминик Араго тут же произвел опыт, и оказалось, что такое пятно действительно есть, с чисто французской галантностью было названо «пятном Пуассона», а волновой теории света это принесло победу и всеобщее признание.

### Дифракция плоских волн (дифракция Фраунгофера)

Дифракция плоских световых волн, или, как часто говорят, дифракция в параллельных лучах, впервые была рассмотрена И. Фраунгофером в 1821—1822 гг. Для получения пучка параллельных лучей света, падающих на препятствие (отверстие или непрозрачный экран), обычно пользуются небольшим источником света, который помещается в фокусе собирающей линзы.

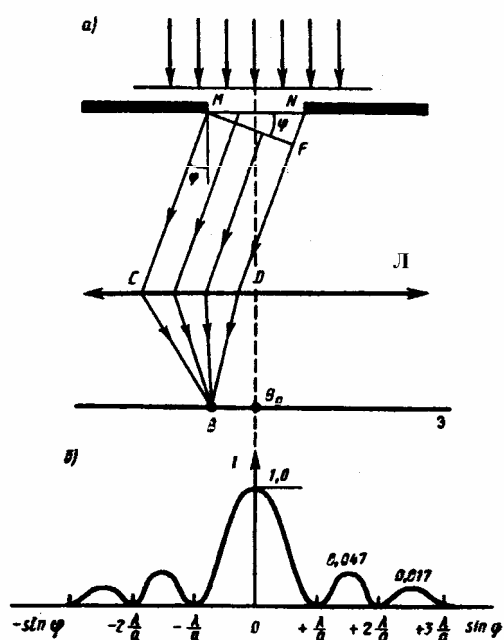


Рис.33.7. Дифракция света на одиночной щели.

Распределение по различным направлениям интенсивности света за препятствием исследуется с помощью второй собирающей линзы и экрана, расположенного в фокальной плоскости линзы. При визуальном наблюдении вместо линзы и экрана пользуются зрительной трубой, настроенной на бесконечность. Наибольший практический интерес представляют случаи дифракции, наблюдающиеся при прохождении плоской волны сквозь узкую щель или круглое отверстие в непрозрачном экране и дифракционную решетку.

Пусть параллельный пучок монохроматического света падает нормально на непрозрачный экран Э (рис. 33.7), в котором прорезана узкая щель MN, имеющая постоянную ширину  $b = MN$  и длину  $l \gg b$ . В соответствии с принципом Гюйгенса - Френеля точки щели являются вторичными источниками волн, колеблющимися в одной фазе, так как плоскость щели совпадает с фронтом падающей волны. Если бы при прохождении света через щель соблюдался закон прямолинейного распространения света, то на экране Э, установленном в фокальной плоскости собирающей линзы Л, получилось бы изображение источника света. Вследствие дифракции на узкой щели картина коренным образом изменяется: на экране наблюдается система интерференционных максимумов - размытых изображений источника света, разделенных темными промежутками интерференционных минимумов.

В побочном фокусе линзы В собираются все параллельные лучи, падающие на линзу под углом к ее оптической оси  $\varphi$ , перпендикулярной к фронту падающей волны. Оптическая разность хода  $\delta$  между крайними лучами  $CM$  и  $DN$ , идущими от щели в этом направлении, равна

$$\delta = NF = b \sin \varphi,$$

где F - основание перпендикуляра, опущенного из точки M на луч DN, а абсолютный показатель преломления воздуха приближенно считается равным единице.

Щель MN можно разбить на зоны Френеля, имеющие вид полос, параллельных ребру M щели. Ширина каждой зоны равна  $\frac{\lambda}{2} \sin \varphi$ , так что оптическая разность хода лучей, проведенных из краев зоны параллельно CM, равна  $\lambda/2$ . Все зоны в заданном направлении излучают свет совершенно одинаково. При интерференции света от каждой пары соседних зон амплитуда результирующих колебаний равна нулю, так как эти зоны вызывают колебания с одинаковыми амплитудами, но противоположными фазами. Таким образом, результат интерференции света в точке В определяется тем, сколько зон Френеля укладывается в щели. Если число зон четное:

$$b \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1; 2; \dots), \quad (33.14)$$

то наблюдается **дифракционный минимум** (полная темнота). Знак «минус» в правой части формулы (33.14) соответствует лучам света, распространяющимся от щели под углом  $-\varphi$  и собирающимся в побочном фокусе - В линзы Л, симметричном с В относительно главного фокуса В<sub>0</sub>.

Если число зон нечетное:

$$b \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, \dots), \quad (33.15)$$

то наблюдается **дифракционный максимум**, соответствующий действию одной зоны Френеля. Величина  $m$  называется **порядком дифракционного максимума**.

В направлении  $\varphi = 0$  наблюдается самый интенсивный **центральный максимум нулевого порядка**: колебания, вызываемые в точке В<sub>0</sub> всеми участками щели, совершаются в одной фазе.

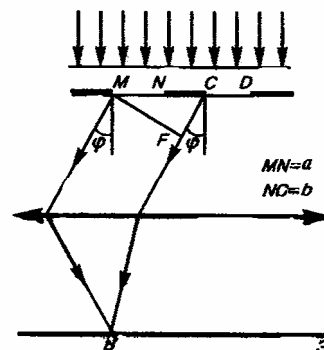
### Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке

Большое практическое значение имеет дифракция, наблюдаемая при прохождении света через **одномерную дифракционную решетку** — систему параллельных щелей равной ширины, лежащих в одной плоскости и разделенных равными по ширине непрозрачными промежутками. Рассматривая дифракцию Фраунгофера на щели, мы видели, что распределение интенсивности на экране определяется направлением дифрагированных лучей. Это означает, что перемещение щели параллельно самой себе влево или вправо не изменит дифракционной картины. Следовательно, если перейти от одной щели ко многим (к дифракционной решетке), то дифракционные картины, создаваемые каждой щелью в отдельности, будут одинаковыми.

Дифракционная картина на решетке определяется как результат взаимной интерференции волн, идущих от всех щелей, т. е. *в дифракционной решетке осуществляется многолучевая интерференция* когерентных дифрагированных пучков света, идущих от всех щелей.

Рассмотрим дифракционную решетку.

Рис.33.8. Дифракция света на одномерной плоской решетке.



На рис.33.8 для наглядности показаны только две соседние щели  $MN$  и  $CD$ . Если ширина каждой щели равна  $a$ , а ширина непрозрачных участков между щелями  $b$ , то **величина  $d = a+b$  называется постоянной (периодом) дифракционной решетки.**

Пусть плоская монохроматическая волна падает нормально к плоскости решетки. Так как щели находятся друг от друга на одинаковых расстояниях, то разности хода лучей, идущих от двух соседних щелей, будут для данного направления  $\varphi$  одинаковы в пределах всей дифракционной решетки:

$$\Delta = CF = (a + b)\sin \varphi = d \sin \varphi. \quad (33.16)$$

Результат интерференции этих лучей на экране зависит от разности фаз складывающихся колебаний. Если она составит  $\Delta = \pm 2m \frac{\lambda}{2}$ , ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ), т.е. лучи придут в одной фазе, то они усилят друг друга, если разность хода составит  $\Delta = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$ , то лучи ослабят друг друга.

Таким образом, **условие максимума для решетки** следует записать в виде:

$$d \sin \varphi_{\max} = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (33.17)$$

Условие минимума при дифракции на плоской решетке имеет, следовательно, вид:

$$d \sin \varphi_{\min} = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (33.18)$$

Чем больше щелей  $N$ , тем большее количество световой энергии пройдет через решетку, тем больше минимумов образуется между соседними главными максимумами, тем, следовательно, более интенсивными и более острыми будут максимумы. На рис.33.9 качественно представлена дифракционная картина от восьми щелей. Так как модуль  $\sin \varphi$  не может быть больше единицы, то из (33.17) следует, что число главных максимумов

$$m \leq \frac{d}{\lambda},$$

т. е. определяется отношением периода решетки к длине волны.

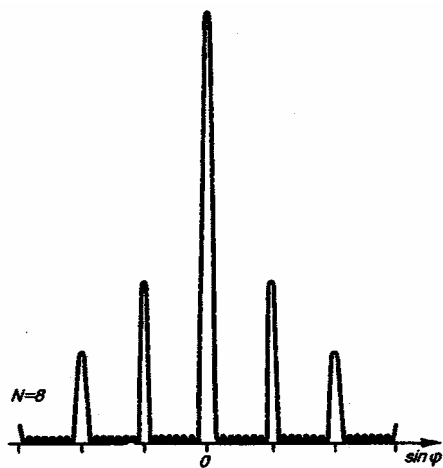


Рис.33.9. Результат дифракции монохроматического света на решетке из 8 щелей.

Положение главных максимумов зависит от длины волны  $\lambda$  (см. (33.17)). Поэтому при пропускании через решетку белого света все максимумы, кроме центрального ( $m=0$ ), **разложатся в спектр**, фиолетовая область которого будет обращена к центру дифракционной картины, красная - наружу.

Это свойство дифракционной решетки используется для исследования спектрально-го состава света (определения длин волн и интенсивностей всех монохроматических компонентов), т. е. дифракционная решетка может быть использована как спектральный прибор.

Дифракционные решетки, используемые в различных областях спектра, отличаются размерами, формой, материалом поверхности, профилем штрихов и их частотой (от 6000 до 0,25 штрих/мм, что позволяет перекрывать область спектра от ультрафиолетовой его части до инфракрасной). Например, ступенчатый профиль решетки позволяет концентрировать основную часть падающей энергии в направлении одного определенного ненулевого порядка. Используются высококачественные отражательные решетки и решетки «на просвет».

### Дифракция на пространственной решетке. Формула Вульфа - Брэггов

Для наблюдения дифракционной картины необходимо, чтобы постоянная решетки была того же порядка, что и длина волны падающего излучения. Кристаллы, являясь трехмерными пространственными решетками, имеют постоянную порядка  $10^{-10}$  м и, следовательно, непригодны для наблюдения дифракции в видимом свете ( $\lambda \approx 10^{-7}$  м). Эти факты позволили немецкому физика М. Лауэ (1879—1960) прийти к выводу, что в качестве естественных дифракционных решеток для рентгеновского излучения можно использовать кристаллы, поскольку расстояние между атомами в кристаллах одного порядка с  $\lambda$  рентгеновского излучения ( $\approx 10^{-12} \div 10^{-8}$  м).

Простой метод расчета дифракции рентгеновского излучения от кристаллической решетки предложен независимо друг от друга Г. В. Вульфом (1863—1925) и английскими физиками – отцом Генри и сыном Лоуренсом Брэггами (отец (1862—1942) и сын (1890—1971)). Они предположили, что дифракция рентгеновского излучения является результатом его отражения от системы параллельных кристаллографических плоскостей (плоскостей, в которых лежат узлы (атомы) кристаллической решетки).

Представим кристаллы в виде совокупности параллельных кристаллографических плоскостей (рис.33.10), отстоящих друг от друга на расстоянии  $d$ . Пучок параллельных монохроматических рентгеновских лучей (1, 2) падает под УГЛОМ СКОЛЬЖЕНИЯ

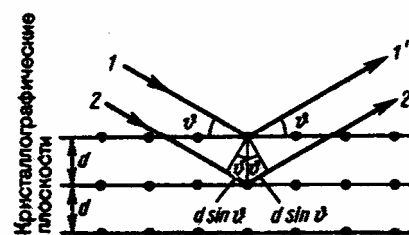


$\theta$  (угол между направлением падающих лучей и кристаллографической плоскостью) и возбуждает атомы кристаллической решетки, которые становятся источниками когерентных вторичных волн 1' и 2', интерферирующих между собой, подобно вторичным волнам, от щелей дифракционной решетки. Максимумы интенсивности (дифракционные максимумы) наблюдаются в тех направлениях, в которых все отраженные атомными плоскостями волны будут находиться в одинаковой фазе. Эти направления удовлетворяют **формуле Вульфа — Брэггов**

$$2d\sin\theta = m\lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots), \quad (33.19)$$

т. е. при разности хода между двумя лучами, отраженными от соседних кристаллографических плоскостей, кратной целому числу длин волн  $\lambda$ , наблюдается дифракционный максимум.

Рис.33.10. Дифракция рентгеновских лучей на пространственной (кристаллической) решетке.



При произвольном направлении падения монохроматического рентгеновского излучения на кристалл дифракция не возникает. Чтобы ее наблюдать, надо, поворачивая кристалл, найти угол скольжения. Дифракционная картина может быть получена и при произвольном положении кристалла, для чего нужно пользоваться непрерывным рентгеновским спектром» испускаемым рентгеновской трубкой. Тогда для таких условий опыта всегда найдутся длины волн  $\lambda$ , удовлетворяющие условию (33.19).

Формула Вульфа — Брэггов используется при решении двух важных задач:

1. Наблюдая дифракцию рентгеновских лучей известной длины волны на кристаллической структуре неизвестного строения и измеряя  $\theta$  и  $m$ , можно найти межплоскостное расстояние ( $d$ ), т. е. определить структуру вещества. Этот метод лежит в основе рентгеноструктурного - анализа. Формула Вульфа - Брэггов остается справедливой и при дифракции электронов и нейтронов. Методы исследования структуры вещества, основанные на дифракции электронов и нейтронов, называются соответственно **электронографией** и **нейтронографией**. Электронография дает уникальную возможность определить величину параметра решетки (и её изменение вследствие различных воз-

действий) с ошибкой, не превышающей  $2 \cdot 10^{-14}$  м (!!!). Нейтронография позволяет исследовать такие тонкие явления, как тепловые колебания узлов кристаллической решетки. Правда, для получения достаточного потока нейтронов требуется атомный реактор...

2. Наблюдая дифракцию рентгеновских лучей неизвестной длины волны на кристаллической структуре при известной  $d$  и измеряя  $\theta$  и  $m$ , можно найти длину волны падающего рентгеновского излучения. Этот метод лежит в основе **рентгеновской спектроскопии** и позволяет производить прецизионный спектральный анализ, в том числе пленочных конструкций, хотя пространственное разрешение по современным понятиям оставляет желать лучшего.